

基于辅助阵元的非圆信号自校正算法及其性能分析

尹洁昕, 吴瑛, 王鼎

(解放军信息工程大学 信息工程学院, 河南 郑州 450002)

摘要: 针对非圆信号空间谱测向中方位依赖幅相误差的校正问题, 基于辅助阵元自校正算法(ISM, instrumental sensor method)基本原理, 提出一种改进的 ISM 算法: NC-ISM 算法。该算法通过利用最大非圆率信号的扩展数据模型, 提高了信号利用率, 使其估计精度较一般的 ISM 算法有明显提升, 最大可分辨信源数也增加一倍。对该算法的理论性能进行研究, 证明了其参数估计的统计一致性, 并采用一阶误差分析方法推导了辅助阵元模型误差影响下参数估计的均方误差表达式, 从而为工程应用提供理论支撑。仿真结果验证了理论推导的正确性, 同时表明, 该算法较 ISM 算法在辅助阵元模型误差与低信噪比下都有更强的稳健性。

关键词: 方位依赖幅相误差; 辅助阵元自校正; 非圆信号; 统计一致性; 辅助阵元模型误差

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2014)02-0153-13

Auto-calibration method and performance analysis for noncircular sources based on instrumental sensors

YIN Jie-xin, WU Ying, WANG Ding

(Communication Engineering College, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: An improved direction-finding algorithm for noncircular sources was proposed in the presence of angularly dependent gain and phase errors, which is called NC-ISM based on the fundamental principle of ISM (instrumental sensor method). Through the application of the extended data model of non-circular signals with maximum rate, the proposed algorithm enhances the information utilization leading to advancement of estimation accuracy and twice the number of sources that can be distinguished. The performance study on NC-ISM proved the statistical consistency of the parameter estimation, and a theoretical derivation for the closed-form expression of the mean square error (MSE) of NC-ISM estimation was presented under the influence of modeling errors of instrumental sensors by the first-order analysis. Therefore, the analysis can provide theoretical support for practical applications. The simulation results not only verify the effectiveness of theoretical derivation, but also illustrate that NC-ISM is more robust than ISM with respect to signal-to-noise ratio as well as modeling errors.

Key words: angularly dependent gain and phase error; ISM; noncircular signal; statistical consistency; modeling error of instrumental sensor

1 引言

空间谱估计侧重于研究空间多传感器阵列所构成的处理系统对感兴趣的信号的空间信号进行准确估计的能力, 其主要目的是估计信号的空域参数或波达方向^[1] (DOA, direction-of-arrival), 也

就是空间谱测向。该测向体制可以大大改善空间信号的角度估计精度、角度分辨力及其他相关参数精度, 因而在雷达、通信、声纳等众多领域的应用前景广阔。非圆信号是现代通信系统中的常用信号, 常见的有 BPSK、AM、PAM 和 MASK 等调制信号。近年来, 利用信号非圆特性提高空间谱测向性能的

收稿日期: 2013-03-30; 修回日期: 2013-08-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61201381); 信息工程学院未来发展基金资助项目(YP12JJ202057)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China(61201381); Future Development Foundation of Zhengzhou Information Science and Technology College(YP12JJ202057)

算法得到大量研究: GOUNON 和 CHARGE 等研究了非圆(NC, non-circular)信号测向的 MUSIC 算法(记为 NC-MUSIC 算法)及求根解法^[2]; HAART 和 ROMER 又将酉 ESPRIT 算法用于非圆信号测向^[3]; 文献[4]充分利用非圆信号的特点, 提出基于扩展传播算子的非圆信号测向方法, 先对数据进行共轭扩展, 再利用传播算子方法测向。这些算法的分辨力和测角精度都较之传统的 MUSIC、ESPRIT 等算法有明显的提高。但是无论它们的理论性能多么好, 绝大多数在工程应用中的估计精度却难以达到其理论水平, 影响其精度的重要原因之一在于难以避免的阵列误差, 因此阵列误差校正是进一步提高谱估计算法实际性能的关键技术之一。利用信号的非圆特性, 即椭圆协方差矩阵不为零, 相当于增加可利用信息, 进而可以提升校正精度或者处理更多维数的未知参量。目前将非圆特性应用到阵列误差校正方法中的研究较少, 文献[5]提出的非圆信号自校正算法也仅针对与方位无关的阵元通道幅相误差, 且需要迭代运算, 不能确保算法收敛。然而在实际应用中却经常存在方位依赖的阵列误差: 例如当阵元不满足各向同性时, 需要用方位依赖的幅相误差进行建模, 当阵列同时存在多种误差形式(如幅相误差、位置误差以及互耦效应等), 它们对阵列的综合影响也需要用一个方位依赖的幅相误差模型来描述^[1]。因此, 针对非圆信号, 建立校正方位依赖幅相误差的数学模型及其参数估计方法值得研究。

在阵列误差自校正方法中, 文献[6,7]提出的辅助阵元法——ISM(instrumental sensor method) 通过增加已校准的辅助阵元, 可在无需已知(预期)阵列误差参数的条件下估计信源方位, 基于信源方位的准确估计又可对(预期)阵列误差进行精确校正, 从而实现(预期)阵列误差参数和信源方位的“去耦合”估计, 这种“去耦合”的自校正方法使该算法适用于校正方位依赖的幅相误差。根据 ISM 算法的基本思想, 文献[8]将辅助阵元用于 ESPRIT 算法, 进一步减少了计算量, 但估计精度离最优估计存在一定差距; 文献[9]又针对确定信号模型条件下方位依赖幅相误差的自校正问题, 给出了一种基于辅助阵元的方位依赖幅相误差最大似然自校正方法, 该方法虽然能够进一步提升参数估计精度, 但却无法避免迭代。基于以上研究现状, 本文提出了一种 NC-ISM 算法, 该算法能够校正方位依赖的幅相误差, 无需迭代或者多维搜索, 并且通过有效利用信号的非圆特征, 较一般的 ISM 算法^[6-8]性

能有明显提升。

此外, 虽然 ISM 算法无需任何阵列误差参数信息, 但是对误差模型有一定要求, 然而实际工程中辅助阵元往往也很难精确校正, 其中难免会存在一定的扰动或模型误差^[10]: 例如随机阵元位置误差和阵元姿态误差^[11], 文献[12]中提到的共形天线载体受到飞行惯性和空气动力负载的相互作用发生共形表面的变形以及机械振动导致单元位置扰动的时变性等。这些都会给辅助阵元本身带来无法预测的阵列模型误差, 它们不仅无法被校正, 反而会影响算法的估计性能。因此本文又针对提出的 NC-ISM 算法, 通过一阶误差分析方法, 从理论上推导了辅助阵元模型误差影响下该算法(也适用于一般 ISM 算法)对波达方向以及误差参数的估计均方误差表达式, 从而能够帮助定量获知模型误差对于算法的性能影响, 以便为实际应用提供理论依据。

2 信号模型及 NC-ISM 算法

2.1 存在方位依赖幅相误差的信号模型

在空间谱估计中^[1], 最常用的信号模型是远场的窄带信号模型。假设信号源为 N 个远场的窄带信号, 阵列天线由 M 个阵元组成, 阵元数与通道数相等。当存在方位依赖的幅相误差时, M 个阵元在特定时刻 t 接收到的信号矢量表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(t)$ 为阵列的 $M \times 1$ 维快拍数据矢量, $\mathbf{s}(t)$ 为空间信号源的 $N \times 1$ 维快拍数据矢量, $\mathbf{n}(t)$ 为阵列的 $M \times 1$ 维快拍复圆高斯噪声矢量, 与信号不相关。 \mathbf{B} 为误差阵列的 $M \times N$ 维流型矩阵, 具体表达为

$$\mathbf{B} = [\mathbf{b}(\theta_1, \tau_1), \mathbf{b}(\theta_2, \tau_2), \dots, \mathbf{b}(\theta_N, \tau_N)] \quad (2)$$

其中, θ_n ($n=1, 2, \dots, N$) 表示第 n 个信号源的波达方向参数, $\tau_n \in C^{M \times 1}$ 由 M 个扰动阵元对第 n 个信号源的幅相误差参数构成。继而阵列流型矢量可以表示为

$$\mathbf{b}(\theta_n, \tau_n) = \text{diag}[\tau_n] \mathbf{a}(\theta_n) \quad (3)$$

其中, $n=1, 2, \dots, N$, $\text{diag}[\cdot]$ 表示由矢量中的元素构成的对角矩阵, $\mathbf{a}(\theta_n)$ 为原始的阵列流型矢量, 即没有受到幅相误差影响。

2.2 最大非圆率信号模型

若随机信号 \mathbf{s} 与其任意旋转具有相同的一阶和二阶统计特性, 即 \mathbf{s} 具有旋转不变性, 则称之为圆

信号, 反之为非圆信号^[13]。直观来讲, 若 \mathbf{s} 为圆性复随机矢量, 则有 $E[\mathbf{s}] = \mathbf{0}$, 协方差矩阵 $E[\mathbf{s}\mathbf{s}^H] \neq \mathbf{0}$ 而椭圆协方差矩阵 $E[\mathbf{s}\mathbf{s}^T] = \mathbf{0}$ ^[14], 其中, $[\cdot]^H$ 表示矩阵或者矢量的共轭转置, $[\cdot]^T$ 表示转置; 若 \mathbf{s} 为非圆信号, 则有 $E[\mathbf{s}\mathbf{s}^H] \neq \mathbf{0}$ 且 $E[\mathbf{s}\mathbf{s}^T] \neq \mathbf{0}$ 。因此, 有关非圆信号的算法可以通过利用椭圆协方差矩阵不为零的特点, 成倍增加有效的采样点数, 从而提高信号的利用率。对于非圆信号 \mathbf{s} , 有

$$E[\mathbf{s}^2] = \rho e^{j\phi} E[|\mathbf{s}|^2] \quad (4)$$

其中, ρ 为非圆信号的非圆率, 取值为 $0 \leq \rho \leq 1$, ϕ 为信号的非圆相角。若信号的非圆率 $\rho = 1$, 则称之为最大非圆率信号, 常见的最大非圆率信号有 BPSK、AM、MASK 等调制信号^[15]。本文的算法将针对最大非圆率信号进行研究, 即所谓的狭义非圆信号情况^[16]。联合信源的非圆特性, 将接收到的快拍信号扩展为

$$\mathbf{y}(t) = [\mathbf{x}^T(t), \mathbf{x}^H(t)]^T \quad (5)$$

其中, $\mathbf{x}(t)$ 的表达见式(1), 其协方差矩阵写为

$$\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{B}\mathbf{R}_s\mathbf{B}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_M \quad (6)$$

其中, σ_n^2 为噪声功率, \mathbf{R}_s 为非圆信号源 $\mathbf{s}(t)$ 的协方差矩阵。对于最大非圆率信号, 将式(4)代入 $\mathbf{x}(t)$ 的椭圆协方差矩阵定义式, 并令 $\rho = 1$, 有

$$\mathbf{R}_x^e = \mathbf{B}\mathbf{A}_\phi\mathbf{R}_s\mathbf{B}^T \quad (7)$$

其中, $\mathbf{A}_\phi = \text{diag}[e^{j\phi_1}, e^{j\phi_2}, \dots, e^{j\phi_N}]$ 表示由 N 个非圆信号的初相组成的对角矩阵。

因而扩展后信号 $\mathbf{y}(t)$ 的协方差矩阵 \mathbf{R} 可表达为

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E[\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^H(t)] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_x & \mathbf{R}_x^e \\ \mathbf{R}_x^{e*} & \mathbf{R}_x \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{B}_{\text{NC}}\mathbf{R}_s\mathbf{B}_{\text{NC}}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}_{2M} \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{B}_{\text{NC}} = [\mathbf{B}^T, \mathbf{A}_\phi^H\mathbf{B}^H]^T$, $[\cdot]^*$ 表示矩阵或者矢量的共轭。继而最大非圆率信号模型的流型矢量为

$$\mathbf{b}_{\text{NC}}(\boldsymbol{\psi}_n) = \begin{bmatrix} \mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}_n, \boldsymbol{\tau}_n) \\ \mathbf{b}^*(\boldsymbol{\theta}_n, \boldsymbol{\tau}_n)e^{-j\phi_n} \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中, $n = 1, 2, \dots, N$, $\boldsymbol{\psi}_n = [\boldsymbol{\theta}_n, \phi_n, \boldsymbol{\tau}_n^{(r)T}, \boldsymbol{\tau}_n^{(i)T}]^T$ 包含与第 n 个非圆信号源有关的未知实参量, 其中, $\boldsymbol{\tau}_n^{(r)}$ 和

$\boldsymbol{\tau}_n^{(i)}$ 分别表示 $\boldsymbol{\tau}_n$ 的实部与虚部。

根据式(5)与式(8), 无论以信号的快拍个数来说, 还是从信号的统计特性协方差矩阵的角度来看, 最大非圆率信号模型所利用的信息量都较之传统的圆信号模型提升了一倍, 即该扩展模型对信号的利用率为圆信号模型的两倍。

2.3 NC-ISM 算法

对于任意几何结构的 K 元阵列, 使用 P 个已校准的辅助阵元与存在方位依赖幅相误差的 K 元阵列构成一个 $M(M = K + P)$ 元阵列(阵元编号先辅助阵元)。当以第一个辅助阵元为参考时, 阵列的流型矢量由式(3)变为

$$\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}_n, \boldsymbol{\tau}_n) = \text{bdiag}[\mathbf{I}_{K \times P}, \boldsymbol{\tau}_n] [\mathbf{a}_1^T(\boldsymbol{\theta}_n), \mathbf{a}_2^T(\boldsymbol{\theta}_n)]^T, n = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

其中, $\text{bdiag}[\cdot]$ 表示由矩阵或矢量作为对角元素构成的块状对角矩阵, $\mathbf{a}_1(\boldsymbol{\theta}_n) \in C^{P \times 1}$ 是由 $\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_n)$ 中 P 个已校准的辅助阵元对应的元素构成, $\mathbf{a}_2(\boldsymbol{\theta}_n) \in C^{K \times 1}$ 则是由 $\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_n)$ 中存在阵列误差的 K 个阵元对应的元素构成。将式(10)代入式(9), 得到此时第 n 个非圆信号的流型矢量为

$$\mathbf{b}_{\text{NC}}(\boldsymbol{\psi}_n) = \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}_n)\boldsymbol{\delta}_n \quad (11)$$

其中, $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}_n) = \text{bdiag}[\tilde{\mathbf{a}}(\boldsymbol{\theta}_n), \tilde{\mathbf{a}}^*(\boldsymbol{\theta}_n)]$, $\tilde{\mathbf{a}}(\boldsymbol{\theta}_n) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1(\boldsymbol{\theta}_n) & \mathbf{0}_{P \times K} \\ \mathbf{0}_{K \times 1} & \text{diag}[\mathbf{a}_2(\boldsymbol{\theta}_n)] \end{bmatrix}$ 只与入射角度有关, 其表达与圆信号相应的表达式相同(见文献[6]), $\boldsymbol{\delta}_n = [1, \boldsymbol{\tau}_n^T, e^{-j\phi_n}, (e^{-j\phi_n}\boldsymbol{\tau}_n^H)]^T$ 包含了非圆信号的相角信息以及相应的幅相误差参量。

根据子空间正交原理, 有

$$\mathbf{b}_{\text{NC}}^H(\boldsymbol{\psi}_n)\boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}}\mathbf{b}_{\text{NC}}(\boldsymbol{\psi}_n) = 0, n = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

其中, $\boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} = \mathbf{I}_{2M} - \mathbf{B}_{\text{NC}}\mathbf{B}_{\text{NC}}^\dagger$ 为噪声子空间的正交投影矩阵, 其中, $[\cdot]^\dagger$ 表示矩阵的伪逆。将式(11)代入式(12)中, 有

$$\boldsymbol{\delta}_n^H \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}_n) \boldsymbol{\delta}_n = 0 \quad (13)$$

其中,

$$\mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}_n) = \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}_n)^H \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}_n) \quad (14)$$

由于矢量 $\boldsymbol{\delta}_n \neq \mathbf{0}$, 则与式(13)等价的条件是矩阵 $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}_n)$ 奇异或出现秩损现象。即有

$$D(\boldsymbol{\theta}_n) = \det[\mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}_n)] = 0 \quad (15)$$

其中, $\det[\cdot]$ 为方阵的行列式。因此对 N 个信号源的方位估计, 就成为对代价函数 $D(\theta)$ 搜索 N 个极小值点, 即

$$\hat{\theta}_i = \arg \min_{\theta} D(\theta), i = 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

根据文献 [0] 已有证明在利用非圆信号扩展数据模型的协方差矩阵下, 正交投影矩阵 Π_{NC} 可以分解为

$$\Pi_{\text{NC}} = \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 \\ \Pi_2^* & \Pi_1^* \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中, Π_1 为 Hermit 矩阵, Π_2 为复对称矩阵。将式(17)代入式(14), $\mathbf{Q}(\theta)$ 可以进一步分解为

$$\mathbf{Q}(\theta_n) = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{11}(\theta_n) & \mathbf{Q}_{12}(\theta_n) \\ \mathbf{Q}_{21}(\theta_n) & \mathbf{Q}_{22}(\theta_n) \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中,

$$\begin{cases} \mathbf{Q}_{11}(\theta_n) = \tilde{\mathbf{a}}^{\text{H}}(\theta_n) \Pi_1 \tilde{\mathbf{a}}(\theta_n) \\ \mathbf{Q}_{12}(\theta_n) = \tilde{\mathbf{a}}^{\text{H}}(\theta_n) \Pi_2 \tilde{\mathbf{a}}^*(\theta_n) \\ \mathbf{Q}_{21}(\theta_n) = \tilde{\mathbf{a}}^{\text{T}}(\theta_n) \Pi_2^* \tilde{\mathbf{a}}(\theta_n) \\ \mathbf{Q}_{22}(\theta_n) = \tilde{\mathbf{a}}^{\text{T}}(\theta_n) \Pi_1^* \tilde{\mathbf{a}}^*(\theta_n) \end{cases} \quad (19)$$

由于 $\det[\mathbf{Q}] = \det[\mathbf{Q}_{11}] \det[\mathbf{Q}_{22} - \mathbf{Q}_{21} \mathbf{Q}_{11}^{-1} \mathbf{Q}_{12}]$, 且 Π_1 不是未扩展数据模型的正交投影矩阵^[17], 即对于任意 $\theta = \theta_n (n = 1, 2, \dots, N)$ 时, 有 $\det[\mathbf{Q}_{11}] \neq 0$ 。因此, NC-ISM 算法的代价函数可以转化为

$$D(\theta) = \det[\mathbf{Q}_{22} - \mathbf{Q}_{21} \mathbf{Q}_{11}^{-1} \mathbf{Q}_{12}] \quad (20)$$

将式(20)代入式(16), 求出 N 个信号的入射方向后, 根据式(13)得到

$$\hat{\delta}_n = \mathbf{e}_{\min}[\mathbf{Q}(\theta_n)], \mathbf{e}_{\min}(1) = 1, n = 1, 2, \dots, N \quad (21)$$

其中, $\mathbf{e}_{\min}[\cdot]$ 表示最小特征值 (这里即零特征值) 对应的特征矢量。继而对非圆信号相角及阵列误差参数的估计为

$$\begin{cases} \hat{\tau}_n = \hat{\delta}_n(2:K+1) \\ \hat{\phi}_n = -\arg[\hat{\delta}_n(K+2)] \end{cases} n = 1, 2, \dots, N \quad (22)$$

根据上述思想, 利用信号的非圆特性, NC-ISM 算法将信源方位和方位依赖的幅相误差进行了联合且“去耦合”估计, 即通过式(16)、式(20)、式(21)、式(22)依次估计出信源方位、误差参数以及非圆相角。需要说明的是: 对于一般的 ISM 算法, 辅助阵

元个数需要满足 $P \geq 1 + N$ 才能保证测向成功^[7], 然而利用以上的 NC-ISM 算法, 辅助阵元个数只需 $P \geq 1 + N/2$ 即可, 几乎仅为一般 ISM 算法所需个数的一半 (在一致性分析中将给出相关证明)。

3 NC-ISM 性能分析

3.1 参数估计统计一致性分析

由 NC-ISM 算法给出的估计量具有统计一致性, 下面将分别对方位参数、非圆相角参数以及幅相误差参数估计的一致性进行分析证明。在此之前需要给出两点假设, 它们较 ISM 算法的一致性假设条件^[7]放宽了要求, 在实际中将更容易满足。

假设 1 对于方位空间 Θ 中的任意 $N+1$ 个方位 $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_N$, 向量组 $\tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_0), \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_1), \dots, \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_N)$ 线性独立, 其中, $\tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_n)$ 形如 $\tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_n) = [\mathbf{a}_1^{\text{T}}(\theta_n), e^{-j\phi_n} \mathbf{a}_1^{\text{T}}(\theta_n)]^{\text{T}}$, 即与辅助阵元有关的流型矢量无秩 N 模糊。

假设 1 在证明估计量一致性中起到了关键性作用, 与 ISM 算法的一致性假设^[7]不同的是, 该假设仅对流型矢量中关于辅助阵元的部分进行了限制。

假设 2 辅助阵元个数需要满足 $P \geq 1 + N/2$ 。

假设 2 是保证测向成功的必要条件, 若辅助阵元个数不满足 $P \geq 1 + N/2$, 即有 $2P < 2 + N$ 成立, 此时 $\mathbf{Q}(\theta) \in C^{2(K+1) \times 2(K+1)}$ 的秩有 ($\mathbf{Q}(\theta)$ 表达式见式(14)):

$$\begin{aligned} \text{rank}[\mathbf{Q}(\theta)] &\leq \min\{2(K+1), 2M - N\} \\ &= 2M - N < 2(K+1) \end{aligned} \quad (23)$$

式(23)说明 θ 取任意值, $\mathbf{Q}(\theta)$ 都会出现秩损现象, 即代价函数 $D(\theta) = 0$, 因而测向失败。

3.1.1 信源方位估计统计一致性分析

要证明信源方位参数估计的一致性, 只要证明在假设 1 与假设 2 的条件下, $\mathbf{Q}(\theta)$ 秩损的充分必要条件是 θ 取值为真实方位角, 即 $\theta = \theta_n (n = 1, 2, \dots, N)$ 。充分性在算法中已经给出, 下面利用反证法证明必要性。

假设存在 $\theta_0 \neq \theta_n (n = 1, 2, \dots, N)$, 使 $\mathbf{Q}(\theta_0)$ 出现秩损, 那么根据矩阵论知识, 一定存在非零矢量 δ_0 满足

$$\delta_0^{\text{H}} \mathbf{Q}(\theta_0) \delta_0 = 0 \quad (24)$$

将式(14)代入上式, 即

$$(\mathbf{a}(\theta_0) \delta_0)^{\text{H}} \Pi_{\text{NC}} \mathbf{a}(\theta_0) \delta_0 = 0 \quad (25)$$

式(25)说明矢量 $\mathbf{a}(\theta_0) \delta_0$ 也位于 $\mathbf{y}(t)$ 的协方差

矩阵 \mathbf{R} 的信号子空间中^[1], 由子空间基与矢量的线性表示关系, 有

$$\alpha(\theta_0)\delta_0 \in \text{span}\{\mathbf{b}_{\text{NC}}(\psi_1), \mathbf{b}_{\text{NC}}(\psi_2), \dots, \mathbf{b}_{\text{NC}}(\psi_N)\} \quad (26)$$

比较式(26)中所有矢量中的元素, 若 δ_0 第一个和第 $K+2$ 个分量不为零, 则有

$$\tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_0) \in \text{span}\{\tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_1), \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_2), \dots, \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_N)\} \quad (27)$$

其中, $\text{span}\{\cdot\}$ 表示由向量组生成的线性子空间。式(27)说明向量组 $\tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_0), \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_1), \dots, \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_N)$ 线性相关, 与假设 1 矛盾; 若 δ_0 第一个和第 $K+2$ 个分量为零, 则由式(26)得到 $\tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_1), \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_2), \dots, \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_N)$ 线性相关, 也与假设 1 矛盾。

综上, 必要性得证, 继而证明了信源方位参数估计的统计一致性。

3.1.2 非圆相角及幅相误差参数估计统计一致性分析

要证明非圆相角及幅相误差参数估计的统计一致性, 只要证明在假设 1 与假设 2 的条件下, $\mathbf{Q}(\theta_n)$ 的零特征值对应的特征空间为一维子空间, 且对应的首一特征向量为 δ_n , 其中, $n=1, 2, \dots, N$ 。根据算法原理, δ_n 为 $\mathbf{Q}(\theta_n)$ 零特征值对应的首一特征向量, 下面利用反证法证明 $\mathbf{Q}(\theta_n)$ 的零特征值对应的特征空间为一维。

假设存在矢量 $\boldsymbol{\eta}$ 与 δ_n 无关, 满足 $\boldsymbol{\eta}^H \mathbf{Q}(\theta_n) \boldsymbol{\eta} = 0$, 即 $(\boldsymbol{\alpha}(\theta_n) \boldsymbol{\eta})^H \mathbf{\Pi}_{\text{NC}} \boldsymbol{\alpha}(\theta_n) \boldsymbol{\eta} = 0$ 。说明矢量 $\boldsymbol{\alpha}(\theta_n) \boldsymbol{\eta}$ 也位于 $\mathbf{y}(t)$ 协方差矩阵 \mathbf{R} 的信号子空间中^[1], 由子空间基与矢量的线性表示关系, 有

$$\boldsymbol{\alpha}(\theta_n) \boldsymbol{\eta} \in \text{span}\{\mathbf{b}_{\text{NC}}(\psi_1), \mathbf{b}_{\text{NC}}(\psi_2), \dots, \mathbf{b}_{\text{NC}}(\psi_N)\} \quad (28)$$

若 $\boldsymbol{\eta}$ 第一个和第 $K+2$ 个分量不为 0, 比较上式中所有矢量中的元素, 根据假设 1 的条件, 上式等价于如下关系式

$$\boldsymbol{\alpha}(\theta_n) \boldsymbol{\eta} = \beta \mathbf{b}_{\text{NC}}(\psi_n) = \beta \boldsymbol{\alpha}(\theta_n) \delta_n \quad (29)$$

即

$$\boldsymbol{\eta} = \beta \delta_n \quad (30)$$

上式说明矢量 $\boldsymbol{\eta}$ 与 δ_n 线性相关, 与假设矛盾; 若 $\boldsymbol{\eta}$ 第一个和第 $K+2$ 个分量为零, 则比较式(28)中所有矢量中的元素, 有 $\tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_1), \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_2), \dots, \tilde{\mathbf{a}}_1(\theta_N)$ 线性相关, 这与假设 1 矛盾。

综上, $\mathbf{Q}(\theta_n)$ 的零特征值对应的特征空间是一

维的且对应的首一特征向量为 δ_n , 继而非圆相角及幅相误差参数估计的统计一致性得证。

3.2 辅助阵元模型误差影响下的参数估计均方误差

以上的算法描述假设流型矢量与误差模型精确已知, 而实际中会受到有限采样的影响与未预期的模型误差的影响, 文献[16]指出由模型误差引起的测向误差大于由有限采样造成的测向误差。因此接下来着重分析辅助阵元模型误差对 NC-ISM 算法的性能影响, 并忽略有限采样的影响。

3.2.1 辅助阵元模型误差影响下的数据模型

考虑未预期的模型误差对 P 个已校准的辅助阵元的影响, 式(3)中的阵列流型矢量变为

$$\hat{\mathbf{b}}(\theta_n, \boldsymbol{\tau}_n) = \mathbf{b}(\theta_n, \boldsymbol{\tau}_n) + \boldsymbol{\xi}_n \quad n=1, 2, \dots, N \quad (31)$$

其中, $\boldsymbol{\xi}_n = [\boldsymbol{\varepsilon}_n^T, \mathbf{0}_{1 \times K}]^T$, $\boldsymbol{\varepsilon}_n \in \mathbb{C}^{P \times 1}$ 表示第 n 个流型矢量的辅助阵元模型误差, 一般可以假设为复圆高斯的^[18]。根据式(9), 模型误差影响下非圆信号模型的流型矢量写为

$$\hat{\mathbf{b}}_{\text{NC}}(\psi_n) = \mathbf{b}_{\text{NC}}(\psi_n) + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_n \\ e^{-\phi_n} \boldsymbol{\xi}_n^* \end{bmatrix}, \quad n=1, 2, \dots, N \quad (32)$$

此时, 噪声子空间的正交投影矩阵变为

$$\hat{\mathbf{\Pi}}_{\text{NC}} = \mathbf{I}_{2M} - \hat{\mathbf{B}}_{\text{NC}} \hat{\mathbf{B}}_{\text{NC}}^\dagger \quad (33)$$

其中, $\hat{\mathbf{B}}_{\text{NC}}$ 是辅助阵元模型误差影响下的流型矩阵, 由式(32)中的流型矢量构成。

3.2.2 一阶误差分析参数估计均方误差

基于 NC-ISM 的测向原理, 在辅助阵元模型误差的影响下对 $\boldsymbol{\psi}_n (n=1, 2, \dots, N)$ 的估计等效于对下式进行极小值搜索:

$$J(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\varepsilon}) = \mathbf{b}_{\text{NC}}^H(\boldsymbol{\psi}) \hat{\mathbf{\Pi}}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}(\boldsymbol{\psi}) \quad (34)$$

其中, $\boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}_1^{(r)T}, \boldsymbol{\varepsilon}_2^{(r)T}, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_N^{(r)T}, \boldsymbol{\varepsilon}_1^{(i)T}, \boldsymbol{\varepsilon}_2^{(i)T}, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_N^{(i)T}]^T$, $\boldsymbol{\varepsilon}_n^{(r)}, \boldsymbol{\varepsilon}_n^{(i)}$ 分别表示 $\boldsymbol{\varepsilon}_n$ 的实部和虚部。

由上式可以看出 $J(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\varepsilon})$ 与模型误差之间呈非线性关系且待估计参数较多, 为了推导未知参量估计偏差与模型误差之间的关系, 这里考虑采用一阶误差法分析。

记 $J^{(x)}(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{\partial J(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\varepsilon})}{\partial x}$, $x \in \{\boldsymbol{\theta}, \phi, \boldsymbol{\tau}^{(r)}, \boldsymbol{\tau}^{(i)}, \dots, \boldsymbol{\tau}^{K(r)}, \boldsymbol{\tau}^{K(i)}\}$, 其中, $\boldsymbol{\tau}^k (k=1, 2, \dots, K)$ 为矢量 $\boldsymbol{\tau}$ 的第 k 个元素, 表示第 k 个阵元通道对于入射信号的幅相误差影响, 则有

$$J^{(x)}(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\varepsilon}) = 2 \operatorname{Re}\left\{\mathbf{b}_{\text{NC}}^{\text{H}}(\boldsymbol{\psi}) \hat{\boldsymbol{\Pi}}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)}(\boldsymbol{\psi})\right\} \quad (35)$$

其中, $\mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)}(\boldsymbol{\psi})$ 为 $\mathbf{b}_{\text{NC}}(\boldsymbol{\psi})$ 对 x 的一阶偏导数。将 $J^{(x)}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_n, \boldsymbol{\varepsilon})$ 在 $(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\varepsilon}) = (\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\theta})$ 上对实参量进行一阶泰勒级数展开如下, 并省略无穷小量, 为

$$\begin{aligned} J^{(x)}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_n, \boldsymbol{\varepsilon}) &= J^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) + J^{(x, \theta)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta})(\hat{\boldsymbol{\theta}}_n - \boldsymbol{\theta}_n) + \\ &J^{(x, \phi)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta})(\hat{\phi}_n - \phi_n) + \sum_{k=1}^K J^{(x, \tau^{(r)})}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta})(\hat{\tau}_n^{k(r)} - \tau_n^{k(r)}) + \\ &\sum_{k=1}^K J^{(x, \tau^{(i)})}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta})(\hat{\tau}_n^{k(i)} - \tau_n^{k(i)}) + \\ &\sum_{m=1}^N \mathbf{f}_{m1}^{(x)\text{T}}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{\varepsilon}_m^{(r)} + \sum_{m=1}^N \mathbf{f}_{m2}^{(x)\text{T}}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{\varepsilon}_m^{(i)} \end{aligned} \quad (36)$$

其中, $J^{(x,y)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta})$ 表示 $J^{(x)}(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\varepsilon})$ 对 $y \in \{\theta, \phi, \tau^{(r)}, \tau^{(i)}, \dots, \tau^{K(r)}, \tau^{K(i)}\}$ 的一阶偏导数在 $(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta})$ 上的取值; $\mathbf{f}_{m1}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta})$ 和 $\mathbf{f}_{m2}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta})$ 分别表示其关于 $\boldsymbol{\varepsilon}_m^{(r)}, \boldsymbol{\varepsilon}_m^{(i)}$ 的梯度矢量。它们的表达式为

$$\begin{cases} J^{(x,y)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) = 2 \operatorname{Re}\left\{\mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)\text{H}}(\boldsymbol{\psi}_n) \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(y)}(\boldsymbol{\psi}_n)\right\} \\ \mathbf{f}_{m1}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) = -2 \operatorname{Re}\left\{\mathbf{W}_n^{(1)} \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n)\right\} \delta_{mn} \\ \mathbf{f}_{m2}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) = -2 \operatorname{Im}\left\{\mathbf{W}_n^{(2)} \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n)\right\} \delta_{mn} \end{cases} \quad (37)$$

其中, $m, n = 1, 2, \dots, N$, $\mathbf{W}_n^{(1)} = [1, e^{j\phi_n}] \otimes [\mathbf{I}_M, \boldsymbol{\theta}_{P \times M}]$, $\mathbf{W}_n^{(2)} = [1, -e^{j\phi_n}] \otimes [\mathbf{I}_M, \boldsymbol{\theta}_{P \times M}]$, 其中, \otimes 表示矩阵的 Kronecker 乘积。 δ_{mn} 表示 delta 函数: 若 $m = n$, 则 $\delta_{mn} = 1$; 否则 $\delta_{mn} = 0$ 。

式(37)的证明见附录。

由 delta 函数定义, 可知对任意 $n \neq m$ 时, 有下等式成立:

$$\mathbf{f}_{m1}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{f}_{m2}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0} \quad (38)$$

又根据式(12), 有下式成立:

$$J^{(x)}(\hat{\boldsymbol{\psi}}_n, \boldsymbol{\varepsilon}) = J^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) = 0 \quad (39)$$

将式(38)、式(39)代入式(36)中, 得到

$$\begin{aligned} &J^{(x, \theta)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta})(\hat{\boldsymbol{\theta}}_n - \boldsymbol{\theta}_n) + J^{(x, \phi)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta})(\hat{\phi}_n - \phi_n) + \\ &\sum_{k=1}^K J^{(x, \tau^{(r)})}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta})(\hat{\tau}_n^{k(r)} - \tau_n^{k(r)}) + \sum_{k=1}^K J^{(x, \tau^{(i)})}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta})(\hat{\tau}_n^{k(i)} - \tau_n^{k(i)}) \\ &= -(\mathbf{f}_{m1}^{(x)\text{T}}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{\varepsilon}_n^{(r)} + \mathbf{f}_{m2}^{(x)\text{T}}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{\varepsilon}_n^{(i)}) \end{aligned} \quad (40)$$

取 $x \in \{\theta, \phi, \tau^{(r)}, \tau^{(i)}, \dots, \tau^{K(r)}, \tau^{K(i)}\}$ 代入式(40), 得到 $2K + 2$ 个等式, 则相应方程组的矩阵表达为

$$\mathbf{h}_n \Delta \boldsymbol{\psi}_n = -\mathbf{g}_n \left[\boldsymbol{\varepsilon}_n^{(r)\text{T}}, \boldsymbol{\varepsilon}_n^{(i)\text{T}} \right]^{\text{T}} \quad (41)$$

其中, \mathbf{h}_n 是向量 $\boldsymbol{\psi}_n$ 关于 $J(\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\varepsilon})$ 的 Hessian 矩阵在 $(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta})$ 上的取值, 根据柯西—施瓦兹不等式, 易知 \mathbf{h}_n 是 Hermit 矩阵且一般情况下是正定的(一定是半正定的), 具体表达式为

$$\mathbf{h}_n = 2 \operatorname{Re}\left\{\boldsymbol{\Gamma}_n^{\text{H}} \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \boldsymbol{\Gamma}_n\right\} \quad (42)$$

其中,

$$\boldsymbol{\Gamma}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(\theta)}(\boldsymbol{\psi}_n), \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(\phi)}(\boldsymbol{\psi}_n), \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(\tau^{(r)})}(\boldsymbol{\psi}_n), \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(\tau^{(i)})}(\boldsymbol{\psi}_n), \dots, \\ \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(\tau^{K(r)})}(\boldsymbol{\psi}_n), \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(\tau^{K(i)})}(\boldsymbol{\psi}_n) \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$\mathbf{g}_n = \left[\mathbf{g}_n^{(1)}, \mathbf{g}_n^{(2)} \right] \quad (44)$$

其中,

$$\mathbf{g}_n^{(p)} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{np}^{(\theta)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}), \mathbf{f}_{np}^{(\phi)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}), \mathbf{f}_{np}^{(\tau^{(r)})} \\ (\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}), \mathbf{f}_{np}^{(\tau^{(i)})}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}), \dots, \mathbf{f}_{np}^{(\tau^{K(r)})} \\ (\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}), \mathbf{f}_{np}^{(\tau^{K(i)})}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix}^{\text{T}}, p = 1, 2 \quad (45)$$

从式(41)可以看出在一阶误差分析下, 当模型误差为零均值时, NC-ISM 算法的估计量为无偏估计。对第 n 个信源未知参量估计偏差 $\Delta \boldsymbol{\psi}_n$ 的二阶相关矩阵为

$$\mathbf{R}_{\boldsymbol{\psi}_n} = \operatorname{E}(\Delta \boldsymbol{\psi}_n \Delta \boldsymbol{\psi}_n^{\text{T}}) = \mathbf{h}_n^{-1} \mathbf{g}_n \mathbf{R}_{\boldsymbol{\varepsilon}_n} \mathbf{g}_n^{\text{T}} \mathbf{h}_n^{-1} \quad (46)$$

其中, $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\varepsilon}_n}$ 为矢量 $[\boldsymbol{\varepsilon}_n^{(r)\text{T}}, \boldsymbol{\varepsilon}_n^{(i)\text{T}}]^{\text{T}}$ 的自相关矩阵, 式(46)说明在一阶误差分析下, 对某一信源未知参量估计性能的影响仅来源于它的流型矢量模型误差, 和其他流型矢量的模型误差无关, 且这一性质不依赖模型误差的分布, 该性质与文献[19]中的结论相一致。

定义 N 组未知参量的偏差矢量为 $\Delta \boldsymbol{\Psi} = [\Delta \boldsymbol{\psi}_1^{\text{T}}, \Delta \boldsymbol{\psi}_2^{\text{T}}, \dots, \Delta \boldsymbol{\psi}_N^{\text{T}}]^{\text{T}}$, 则由式(41)得到

$$\Delta \boldsymbol{\Psi} = -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{G} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (47)$$

其中, $\mathbf{H} = \operatorname{bdiag}[\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_N]$, $\mathbf{G} = [\mathbf{G}^{(1)}, \mathbf{G}^{(2)}]$,

其中,

$$\mathbf{G}^{(p)} = \operatorname{bdiag}[\mathbf{g}_1^{(p)}, \mathbf{g}_2^{(p)}, \dots, \mathbf{g}_N^{(p)}], p = 1, 2 \quad (48)$$

于是得到估计偏差 $\Delta \boldsymbol{\Psi}$ 的二阶相关矩阵为

$$\mathbf{R}_{\boldsymbol{\Psi}} = \operatorname{E}(\Delta \boldsymbol{\Psi} \Delta \boldsymbol{\Psi}^{\text{T}}) = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{G} \mathbf{R}_{\boldsymbol{\varepsilon}} \mathbf{G}^{\text{T}} \mathbf{H}^{-1} \quad (49)$$

其中, $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\varepsilon}} = \operatorname{E}(\boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{T}})$ 。

综上, 在辅助阵元模型误差影响下, NC-ISM 算法对单信源的参数估计均方误差由式(46)中 $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\psi}_n}$ 的对角元素给出, 对多信源的参数估计均方误差由

式(49)中 R_p 的对角元素给出。需要指出：以上推导同样适用于一般 ISM 算法的理论性能分析，只需将信号的流型矢量形式加以修改。

4 数值仿真与结果分析

为了验证本文提出的 NC-ISM 算法的优越性，该部分通过数值仿真分别针对同样情况下的 ISM 算法^[6]与 NC-ISM 算法的估计性能进行对比。实验采用均匀直线阵列，其中存在方位依赖幅相误差的阵元有 6 个 ($K=6$)，辅助阵元放置在直线阵一端，同样为均匀直线排列，相邻阵元间隔与波长比(孔径大小)为 0.5 ($d/\lambda=0.5$)，假设信号源为远场窄带的 BPSK 信号(非圆)。阵元的排列位置以及远场信号的入射方向如图 1 所示，其中白色圆圈表示存在幅相误差的阵元，黑色圆圈表示辅助阵元。

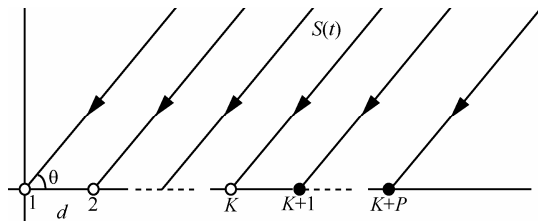


图 1 均匀线阵与远场信号模型

实验仿真的硬件环境是基于 Intel 酷睿 i3 双核处理器，3.30 GHz 主频，2.0 GB 内存，软件平台为 MatlabR2009a。实验分为 3 组，每组实验的蒙特卡洛仿真次数均为 2 000 次。实验中，对于信源入射角度的估计均方根误差以及幅相误差参数估计相对误差的统计，采取如下方式

$$\varepsilon_{\theta} = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{k=1}^L (\theta - \hat{\theta}^{(k)})^2}, \varepsilon_{\tau} = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \frac{\|\tau - \hat{\tau}^{(k)}\|_2^2}{\|\tau\|_2^2}} \quad (50)$$

其中， L 为实验次数， $\hat{\theta}^{(k)}$ 、 $\hat{\tau}^{(k)}$ 分别表示第 k 次仿真的入射角度估计值与幅相误差矢量估计值， $\|\cdot\|_2$ 为矢量的 L_2 范数。

4.1 有限采样影响下的实验仿真

第一组实验中，假设辅助阵元个数为 $P=3$ ，现有 2 个等功率的 BPSK 信号(非圆相位分别为 $\pi/3$ 和 $\pi/4$) 分别从 35° 与 75° 方向同时入射，该组实验将研究有限采样(快拍数为 500)对于算法的影响，并假设噪声为高斯白噪声。为了体现本文算法对非圆信号下的幅相误差自校正效果，首先分别在信噪比为 10 dB、15 dB、20 dB 下，对 NC-ISM 自校正算法

和 MUSIC 测向算法的空间谱图进行对比，结果如图 2 所示：NC-ISM 的空间谱峰值随着信噪比的增加而增大，即信号越来越容易分辨，而 MUSIC 算法在该幅相误差存在时已基本失效，不但谱峰值很弱且与真实信号来向有较大的偏差，说明本文提出的 NC-ISM 算法可以有效地对方位依赖的幅相误差进行自校正。

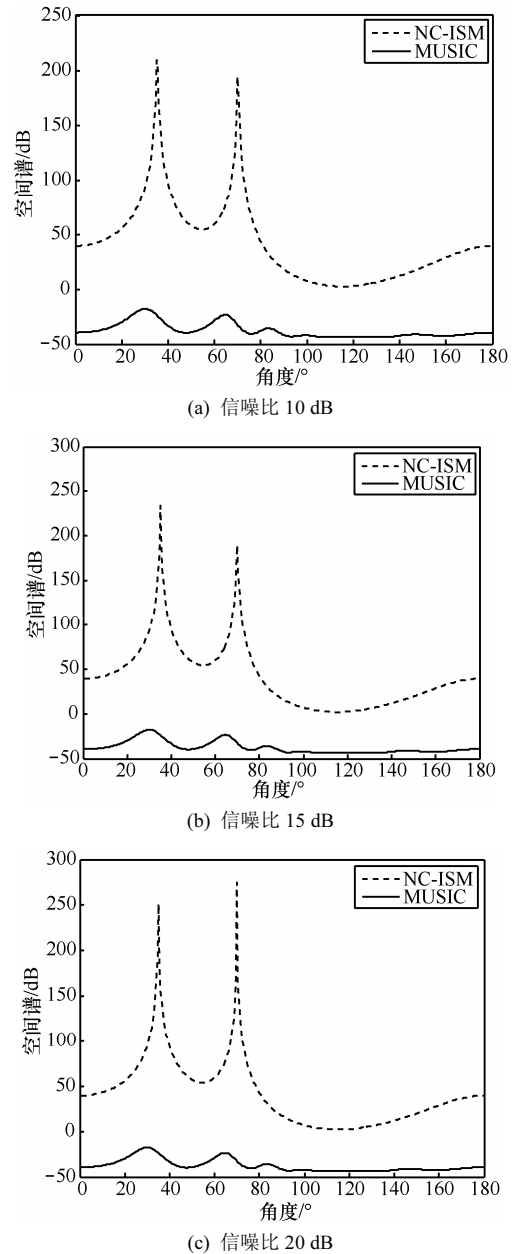


图 2 有限采样影响下 NC-ISM 与 MUSIC 空间谱对比

接着，在相同辅助阵元个数，相同入射信号的条件条件下，仿真 NC-ISM 算法和 ISM 算法对幅相误差进行自校正，从而完成 2 个非圆信号的测向过程。表 1 和表 2 分别列出了 2 种算法的方位估计均方根误差、幅相误差参数估计相对误差随信噪比变化的

结果，可以看出在有限采样的影响下，无论是对波达方向的估计还是对幅相误差参数的估计，NC-ISM 算法的估计精度都高于一般的 ISM 算法，说明 NC-ISM 算法对于噪声的抑制能力更强。而且信噪比越低，NC-ISM 算法的估计性能优势更为明显，对于信号 1，NC-ISM 算法在 10 dB 的信噪比下测向精度能够达到 0.235°，较 ISM 算法的 0.398°提升了 41%；对于信号 2，NC-ISM 算法在 10 dB 的信噪比下的测向精度能够达到 0.138°，较 ISM 算法的 0.237°提升了 42%。该性能指标的提升直观地表现出本文的改进算法较 ISM 算法在较低信噪比下具有更强的顽健性。

表 1 NC-ISM 算法及 ISM 算法在有限采样影响下的方位估计均方根误差随信噪比变化 单位：度

信噪比/dB	信号 1		信号 2	
	NC-ISM	ISM	NC-ISM	ISM
10	0.235	0.398	0.138	0.237
11	0.213	0.356	0.120	0.207
12	0.189	0.316	0.110	0.185
13	0.165	0.280	0.097	0.161
14	0.147	0.251	0.088	0.148
15	0.132	0.221	0.077	0.133
16	0.116	0.195	0.069	0.117
17	0.104	0.175	0.061	0.108
18	0.095	0.158	0.055	0.094
19	0.082	0.142	0.050	0.082
20	0.074	0.124	0.044	0.072

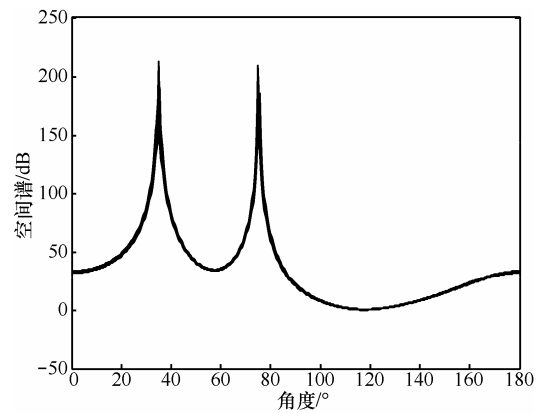
表 2 NC-ISM 算法及 ISM 算法在有限采样影响下的幅相误差参数估计相对误差随信噪比变化 单位：%

信噪比/dB	信号 1		信号 2	
	NC-ISM	ISM	NC-ISM	ISM
10	3.690	5.714	10.08	18.32
11	3.307	5.027	8.828	15.98
12	2.980	4.481	7.972	14.25
13	2.580	3.939	7.102	12.45
14	2.308	3.587	6.324	11.28
15	2.066	3.096	5.683	10.30
16	1.846	2.767	4.974	9.027
17	1.623	2.495	4.474	8.337
18	1.477	2.232	3.971	7.234
19	1.283	2.006	3.610	6.257
20	1.160	1.740	3.267	5.563

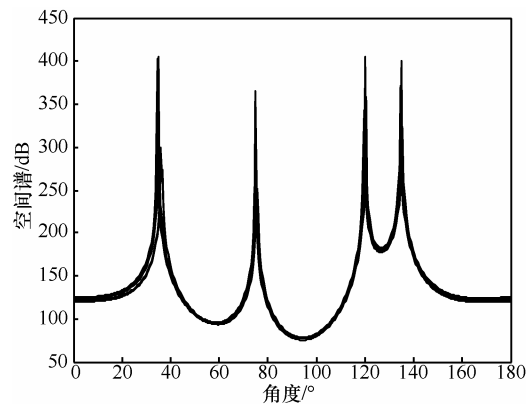
4.2 可分辨信源数的实验仿真

第二组实验中，首先令辅助阵元个数为 $P = 3$ ，现有非圆相位分别为 $\pi/3$ 和 $\pi/4$ 的 2 个 BPSK 信号

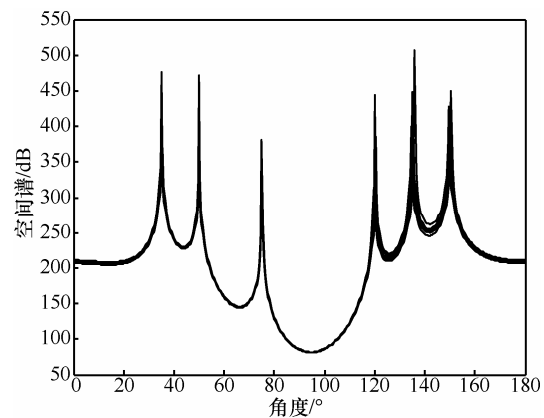
同时到达该阵列，入射角度为 35°和 75°。忽略有限采样影响，在不同功率的辅助阵元模型误差影响下，做出 NC-ISM 算法的空间谱图，即 $-20\lg|D(\theta)|$ ，如图 3(a)所示，ISM 算法的空间谱图如图 4(a)所示，此时两者的谱图均在信号来向上出现谱峰，即 2 种算法在此条件下都可以分辨出 2 个信号源。然后，增加 2 个入射非圆信号(入射角度分别为 120°、135°，非圆相角分别为 $2\pi/5$ 、 $3\pi/7$)，辅助阵元个数保持不变，相应的谱图如图 3(b)和图 4(b)所示，对比两图，



(a) 3 个辅助阵元，2 个信源情况

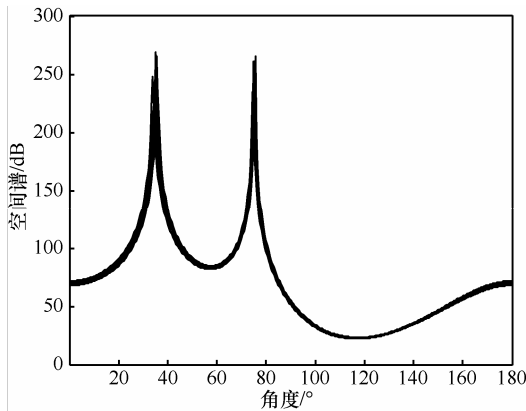


(b) 3 个辅助阵元，4 个信源情况

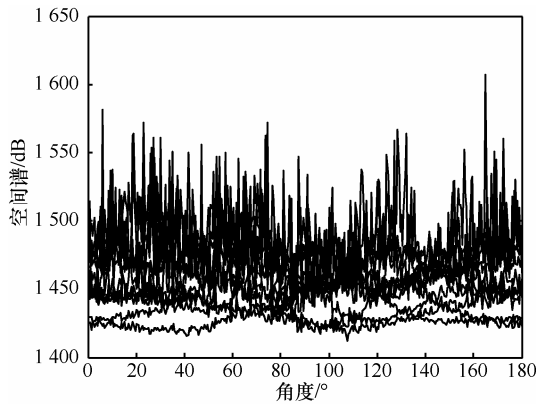


(c) 4 个辅助阵元，6 个信源情况

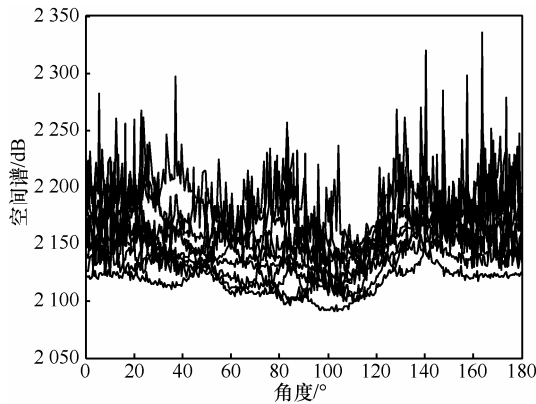
图 3 模型误差影响下的 NC-ISM 空间谱



(a) 3 个辅助阵元, 2 个信源情况



(b) 3 个辅助阵元, 4 个信源情况



(c) 4 个辅助阵元, 6 个信源情况

图 4 模型误差影响下 ISM 空间谱

可以看到 NC-ISM 空间谱在 4 个信源的入射角度处有明显的谱峰出现, 而此时 ISM 空间谱已出现许多杂峰, 测向效果极差基本完全失效。当又增加 2 个入射非圆信号 (入射角度分别为 50° 、 150° , 非圆相角分别为 $\pi/5$ 、 $2\pi/7$) 时, 令辅助阵元个数为 $P=4$, 2 种算法的谱图如图 3(c) 与图 4(c) 所示, 此时 NC-ISM 算法仍能够完成对 6 个非圆信号的测向, 而 ISM 算法已经失效。此外, 有限采样影响下的相应结果与图 3、图 4 相一致, 在此不再给出。

该组实验结果直观地说明了 NC-ISM 算法相比于一般 ISM 算法对辅助阵元个数的要求更低, 这是由于 NC-ISM 算法充分利用了非圆特性, 相当于将有效阵元数加倍, 因此在相同的辅助阵元个数下增加了可分辨的信源个数。该仿真结果与本文的假设条件 2 吻合: 一般的 ISM 算法能分辨的最大信源数为 $N \leq P-1$, 而 NC-ISM 算法能分辨的最大信源数为 $N \leq 2(P-1)$, 增加了一倍的数量。

4.3 辅助阵元模型误差影响下的实验仿真

本组实验假设辅助阵元个数为 $P=3$, 有 2 个等功率 BPSK 信号同时到达该阵列, 辅助阵元模型误差服从复圆高斯分布, 即满足 $R_e = \sigma^2 I_{2M} / 2$, 其中, σ^2 为模型误差功率。对 2 种算法在辅助阵元模型误差影响下的估计性能进行对比, 并比较实验结果与本文推导的理论值, 从而验证理论分析的有效与否。

首先, 令信源的入射角度、非圆相角与第一组保持相同, 忽略有限采样的影响。在辅助阵元模型误差功率为 $-40 \text{ dB} \sim -30 \text{ dB}$ 变化区间, 统计 2 个信号的测向结果以及对幅相误差参数的估计结果。由于 2 个非圆信号源的估计结果相似, 这里只将非圆信号 1 (入射角度为 35° , 非圆相位为 $\pi/3$) 的方位估计以及幅相误差参数估计结果给出, 如表 3 和表 4 所示。

表 3 NC-ISM 算法及 ISM 算法在辅助阵元模型误差影响下的方位估计均方根误差随模型误差功率变化 单位: 度

模型误差功率/dB	实验值		理论值	
	NC-ISM	ISM	NC-ISM	ISM
-40	0.158	0.279	0.160	0.278
-39	0.178	0.310	0.180	0.312
-38	0.206	0.351	0.202	0.350
-37	0.233	0.390	0.230	0.392
-36	0.253	0.441	0.255	0.440
-35	0.287	0.490	0.286	0.494
-34	0.308	0.552	0.310	0.554
-33	0.362	0.625	0.360	0.622
-32	0.410	0.695	0.404	0.697
-31	0.446	0.786	0.449	0.782
-30	0.506	0.872	0.509	0.878

表 4 NC-ISM 算法及 ISM 算法在辅助阵元模型误差影响下的幅相误差参数估计相对误差随模型误差功率变化 单位: %

模型误差功率/dB	实验值		理论值	
	NC-ISM	ISM	NC-ISM	ISM
-40	2.360	3.873	2.361	3.826
-39	2.645	4.300	2.650	4.293
-38	2.979	4.937	2.973	4.817
-37	3.416	5.385	3.336	5.405
-36	3.743	6.089	3.743	6.064
-35	4.207	6.768	4.199	6.804
-34	4.535	7.589	4.712	7.635
-33	5.310	8.676	5.286	8.566
-32	6.002	9.796	5.932	9.612
-31	6.665	11.22	6.655	10.78
-30	7.353	12.01	7.467	12.10

表 3 和表 4 中数据显示实验值与理论值拟合度较高; 两者的估计性能都是随模型误差功率的增大而下降, 这与常理吻合; 而且在任何模型误差功率下, NC-ISM 算法的估计性能都比一般的 ISM 算法估计性能有所提升。在模型误差功率为 -40 dB ~ -30 dB 的区间内, NC-ISM 算法的测向精度均比 ISM 算法提升了 40% 左右。当模型误差功率为 -30 dB 时, NC-ISM 算法的测向精度仍可以达到 0.506°, 比 ISM 算法约小 0.37°; 而且它对幅相误差参数的估计相对误差为 7.4% 左右, 但此时 ISM 算法的相对误差已高达 12%。

其次, 令第一个 BPSK 信号源的入射角度仍为 35°, 辅助阵元模型误差功率为 -40 dB, 分别对第二个入射角度为 55°、65°、75° 的情况进行仿真, 实验结果证明 NC-ISM 算法的估计性能只与非圆相角差有关, 和各个信号本身的相角没有直接关系。图 5~图 8 给出了 2 种算法的估计结果随非圆相角差的变化情况, 图中 ISM 算法的估计误差随角度差的增大而减小, 与非圆相角无关; 而 NC-ISM 算法对于非圆相角的敏感性与入射角度差有关, 入射角度差愈小, 该算法的估计性能随着非圆相角变化的愈加剧烈明显, 这是由于当 2 个非圆信号的入射方向越接近时, 非圆相角包含的相位信息对估计结果的影响作用更大, 因而由非圆相角差引起的估计精度变化也就更加明显; 无论在任何情况下, NC-ISM 算法的估计误差均小于 ISM 算法的估计误差, 其估计误差的峰值也只是接近且小于 ISM 算法。

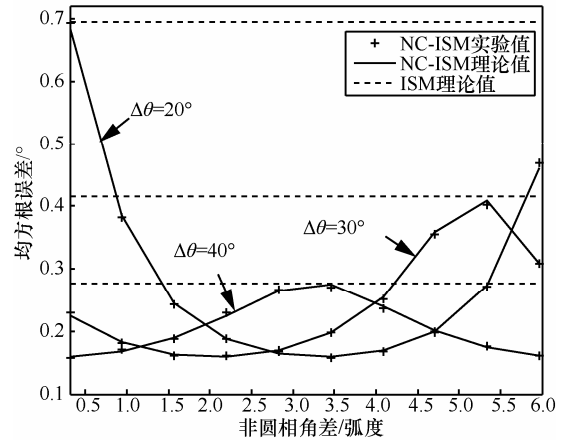


图 5 模型误差影响下信号 1 的方位估计随非圆相角差的变化

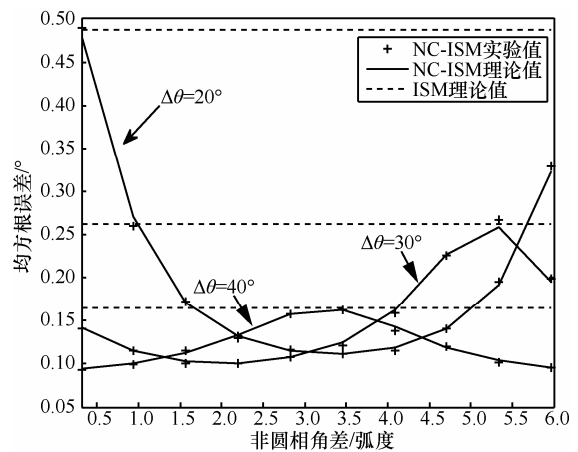


图 6 模型误差影响下信号 2 的方位估计随非圆相角差的变化

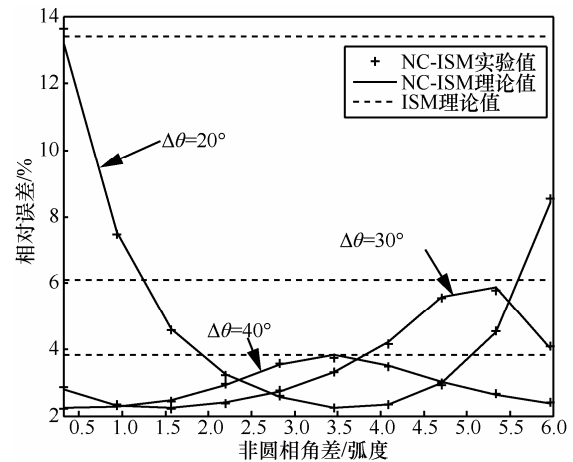


图 7 模型误差影响下信号 1 的幅相误差参数估计随非圆相角差的变化

最后, 固定第一个 BPSK 信号源的入射角度为 35°, 辅助阵元模型误差功率仍为 -40 dB, 在非圆相角差分别为 0.2π 、 0.4π 、 0.6π 时, 对估计性能随两信号源的入射角度差的变化情况进行仿真, 图 9~图 12 依次给出了 2 种算法相应的估计结果。显

而易见, ISM 算法性能不受非圆相角的影响, 估计精度随入射角度差的增加而有所提升; 本文的 NC-ISM 算法估计精度则不再只受到角度差的限制, 其估计误差会在某个特定入射角度差值附近增大, 且该特定的入射角度差会受到两信源的非圆相角的影 响, 这是因为由式(9)给出的非圆信号模型的流型矢量可以看出, 此时流型矢量的相位信息不仅有方位信息, 同时包含了非圆相角信息, 因而测向结果会受到入射角度差与非圆相角的共同影响; 根据 NC-ISM 算法这一特点, 且由图 9~图 12 给出的结果可以说明利用非圆相角的相位信息后, 可以一定程度上改善小角度差时的估计精度; 此外, 无论入射角度差为多大, NC-ISM 算法的测向精度以及对幅相误差参数的估计精度都优于一般的 ISM 算法, 可见本文改进的算法在辅助阵元模型误差的影响下, 同样比一般的 ISM 算法具有更强的顽健性。

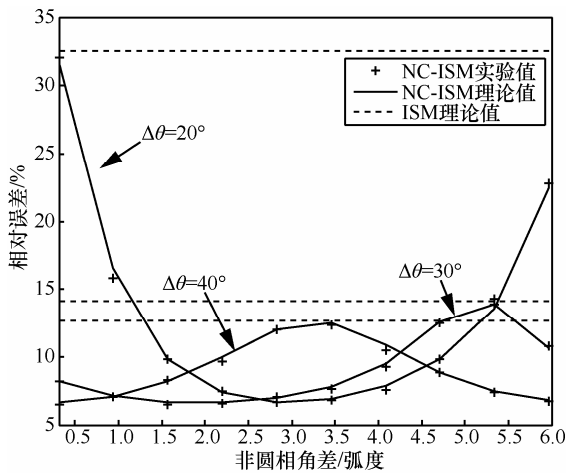


图 8 模型误差影响下信号 2 的幅相误差参数估计随非圆相角差的变化

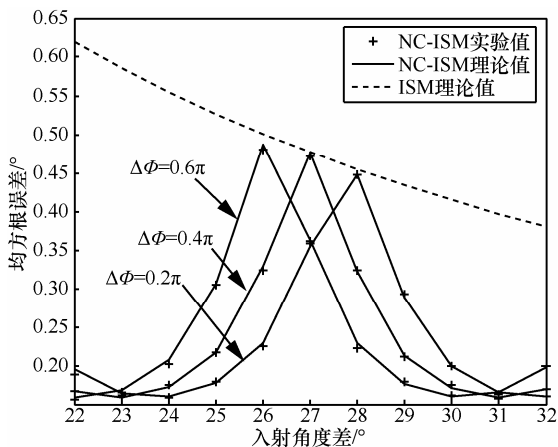


图 9 模型误差影响下信号 1 的方位估计随入射角度差的变化

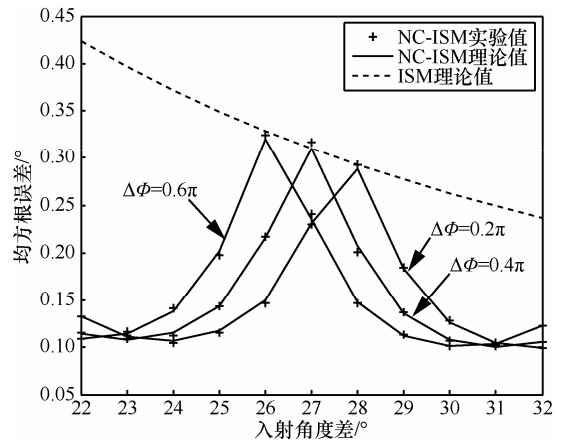


图 10 模型误差影响下信号 2 的方位估计随入射角度差的变化

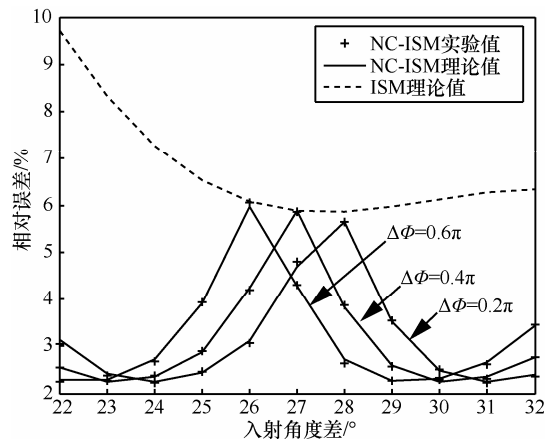


图 11 模型误差影响下信号 1 的幅相误差参数估计随入射角度差的变化

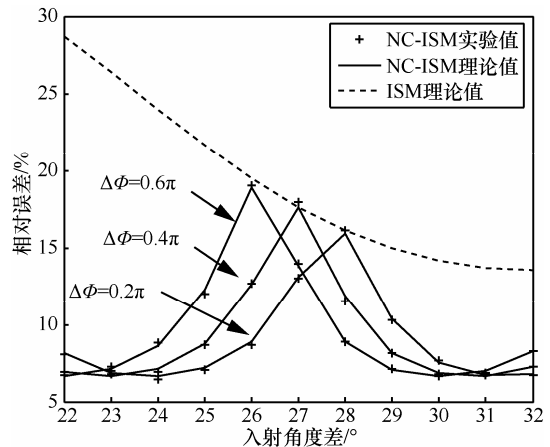


图 12 模型误差影响下信号 2 的幅相误差参数估计随入射角度差的变化

以上 3 组实验结果图中不仅能够证明 NC-ISM 算法较 ISM 算法的性能优势, 还可以发现: 无论是随着信噪比变化、模型误差功率变化, 还是随着非圆相角差、入射角度差的变化, NC-ISM 算法与 ISM 算法对每个非圆信号的测向精度与其幅相误差参数估计精

度的变化趋势都是一致的,这是由于该类算法是在无需已知幅相误差参数的条件下估计信源方位,再基于信源方位的估计对(预期)幅相误差进行校正。

5 结束语

基于辅助阵元的自校正算法——ISM(instrumental sensor method)可以实现信源方位和(预期)方位依赖幅相误差参数的“去耦合”估计。该算法能够避免多维搜索与迭代,但其估计精度与可分辨信源数受限。本文根据 ISM 算法的基本思想,结合非圆信号具有椭圆协方差矩阵不为零的特征,提出了一种改进的 ISM 算法: NC-ISM 算法,并证明了其参数估计的统计一致性。考虑实际中未预期的辅助阵元模型误差带来的影响,本文又采用一阶泰勒级数展开的方式,理论推导了辅助阵元模型误差影响下该算法对参数估计的均方误差表达式。

通过实验仿真对比 NC-ISM 算法与 ISM 算法在有限采样影响下的估计性能,证明了 NC-ISM 算法较一般的 ISM 算法在低信噪比条件下具有更强的顽健性;关于可分辨信源数的实验仿真验证了 NC-ISM 算法的最大可分辨信源数 $2(P-1)$ 是一般的 ISM 算法的两倍;最后对两种算法在辅助阵元模型误差影响下的估计性能进行仿真,结果显示实验值与理论值有较高的拟合度,从而验证了理论推导的有效性,同时也更加体现出 NC-ISM 算法性能的优越性,无论是对波达方向参数的估计,还是对幅相误差参数的估计都有更高的估计精度。

附录 对式(37)的证明

证明 由

$$J^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\varepsilon}) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \mathbf{b}_{\text{NC}}^{\text{H}}(\boldsymbol{\psi}_n) \hat{\boldsymbol{\Pi}}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n) \right\} \quad (51)$$

得到

$$J^{(x,y)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(y)\text{H}}(\boldsymbol{\psi}_n) \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n) + \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x,y)\text{H}}(\boldsymbol{\psi}_n) \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}(\boldsymbol{\psi}_n) \right\} \quad (52)$$

因为 $\boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}(\boldsymbol{\psi}_n) = \boldsymbol{\theta}$, 则 $J^{(x,y)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\theta}) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)\text{H}}(\boldsymbol{\psi}_n) \cdot \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(y)}(\boldsymbol{\psi}_n) \right\}$, 第一个等式证毕。

根据

$$\begin{cases} \frac{\partial \hat{\boldsymbol{\Pi}}_{\text{NC}}}{\partial \boldsymbol{\eta}} = -\hat{\boldsymbol{\Pi}}_{\text{NC}} \frac{\partial \hat{\mathbf{B}}_{\text{NC}}}{\partial \boldsymbol{\eta}} \hat{\mathbf{B}}_{\text{NC}}^{\text{H}} - \left(\hat{\boldsymbol{\Pi}}_{\text{NC}} \frac{\partial \hat{\mathbf{B}}_{\text{NC}}}{\partial \boldsymbol{\eta}} \hat{\mathbf{B}}_{\text{NC}} \right)^{\text{H}} \\ \frac{\partial \hat{\mathbf{B}}_{\text{NC}}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{km}^{(r)}} = \left(\left[1, e^{j\phi_n} \right]^{\text{H}} \otimes \mathbf{e}_k^{(2M)} \right) \mathbf{e}_m^{(N)\text{T}}, \\ \frac{\partial \hat{\mathbf{B}}_{\text{NC}}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{km}^{(r)}} = i \left(\left[1, -e^{j\phi_n} \right]^{\text{H}} \otimes \mathbf{e}_k^{(2M)} \right) \mathbf{e}_m^{(N)\text{T}} \end{cases} \quad (53)$$

又有 $\mathbf{B}_{\text{NC}}^{\dagger} \mathbf{b}_{\text{NC}}(\boldsymbol{\theta}_n, \boldsymbol{\tau}_n) = \mathbf{e}_n^{(N)}$ 且 $\boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}(\boldsymbol{\theta}_n, \boldsymbol{\tau}_n) = \boldsymbol{\theta}$, 得到

$$\begin{cases} \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n) \frac{\partial \hat{\boldsymbol{\Pi}}_{\text{NC}}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{km}^{(r)}} \mathbf{b}_{\text{NC}}(\boldsymbol{\psi}_n) \Big|_{\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\theta}} \\ = - \left(\left[1, e^{j\phi_n} \right] \otimes \mathbf{e}_k^{(2M)\text{T}} \right) \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n) \boldsymbol{\delta}_{mm} \\ \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n) \frac{\partial \hat{\boldsymbol{\Pi}}_{\text{NC}}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{km}^{(i)}} \mathbf{b}_{\text{NC}}(\boldsymbol{\psi}_n) \Big|_{\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\theta}} \\ = -i \left(\left[1, -e^{j\phi_n} \right] \otimes \mathbf{e}_k^{(2M)\text{T}} \right) \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n) \boldsymbol{\delta}_{mm} \end{cases} \quad (54)$$

继而

$$\begin{cases} \mathbf{f}_{m1}^{(x)} = \left[\frac{\partial J^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{1m}^{(r)}} \Big|_{\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\theta}} \quad \frac{\partial J^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{2m}^{(r)}} \Big|_{\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\theta}} \quad \dots \quad \frac{\partial J^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{pm}^{(r)}} \Big|_{\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\theta}} \right]^{\text{T}} \\ = -2 \operatorname{Re} \left\{ \mathbf{W}_n^{(1)} \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n) \right\} \boldsymbol{\delta}_{mm} \\ \mathbf{f}_{m2}^{(x)} = \left[\frac{\partial J^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{1m}^{(i)}} \Big|_{\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\theta}} \quad \frac{\partial J^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{2m}^{(i)}} \Big|_{\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\theta}} \quad \dots \quad \frac{\partial J^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n, \boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{pm}^{(i)}} \Big|_{\boldsymbol{\varepsilon}=\boldsymbol{\theta}} \right]^{\text{T}} \\ = -2 \operatorname{Im} \left\{ \mathbf{W}_n^{(2)} \boldsymbol{\Pi}_{\text{NC}} \mathbf{b}_{\text{NC}}^{(x)}(\boldsymbol{\psi}_n) \right\} \boldsymbol{\delta}_{mm} \end{cases} \quad (55)$$

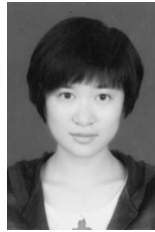
后 2 个等式证毕。

参考文献:

- [1] 王永良, 陈辉, 彭应宁等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
WANG Y L, CHEN H, PENG Y N, *et al.* The Theory and Calculation of Spatial Spectrum Estimation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.
- [2] CHARGE P, WANG Y, SAILLARD J. A noncircular sources direction finding method using polynomial rooting[J]. Signal Process, 2001, 81(6): 1765-1770.
- [3] HARRDT M, ROMER F. Enhancements of unitary ESPRIT for non-circular sources[A]. ICASSP 2004-2[C]. Canada, 2004.101-104.
- [4] 刘剑, 黄知涛, 周一宇. 基于扩展传播算子的非圆信号测向方法[J]. 信号处理, 2008, 24(4): 556-560.
LIU J, HUANG Z T, ZHOU Y Y. Extended propagator method for direction estimation of noncircular signals[J]. Signal Processing, 2008, 24(4): 556-560.
- [5] CHARGE P, WANG Y D, SAILLARD J. A direction finding method under sensor gain and phase uncertainties[A]. Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing[C]. Istanbul, Turkey, 2000. 3045-3048.
- [6] WANG B H, WANG Y L, CHEN H. Array Calibration of angularly dependent gain and phase uncertainties with instrumental sensors[A]. IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology[C]. Wuhan, China, 2003. 182-186.
- [7] 王布宏, 王永良, 陈辉等. 方位依赖阵元幅相误差校正的辅助阵元法[J]. 中国科学 F 辑: 信息科学, 2004, 34(8): 906-918.
WANG B H, WANG Y L, CHEN H, *et al.* Array calibration of angularly dependent gain and phase uncertainties with carry-on in-

- strumental sensors[J]. Science in China Series F: Information Sciences, 2004, 34(8): 906-918.
- [8] LIAO B, LIAO G S. Method for array gain and phase uncertainties calibration based on ISM and ESPRIT[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2009, 20(2): 223-228.
- [9] 王鼎, 潘苗, 吴瑛. 基于辅助阵元的方位依赖幅相误差最大似然自校正: 针对确定信号模型[J]. 通信学报, 2011, 32(2): 34-47.
WANG D, PAN M, WU Y. Maximum likelihood self-calibration for direction-dependent gain-phase errors with carry-on instrumental sensors: case of deterministic signal model[J]. Journal on Communications, 2011, 32(2): 34-47.
- [10] YANG L, HO K C. Alleviating sensor position error in source location using calibration emitters at inaccurate locations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(1): 67-83.
- [11] 刘凯, 梁国龙, 嵇建飞. 随机阵列误差影响下的声矢量阵噪声特性和阵增益[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2011, 32(5): 624-631.
LIU K, LIANG G L, JI J F. Noise characteristics and array gain of an acoustic vector-sensor array influenced by random array errors[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2011, 32(5): 624-631.
- [12] 侯青松, 郭英, 王布宏. 共形阵列天线振动条件下稳健的 DOA 估计及位置误差校正[J]. 信号处理, 2010, 26(11): 1756-1760.
HOU Q S, GUO Y, WANG B H. Robust direction finding and position errors calibration for conformal array antenna in the presence of vibration[J]. Signal Processing, 2010, 26(11): 1756-1760.
- [13] 刘剑. 非圆信号波达方向估计算法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2007.
LIU J. DOA Estimation Algorithms for Noncircular Signals Using Sensor arrays[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2007.
- [14] PICINBONO B. On circularity[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1994, 24(12): 3473-3482.
- [15] 赵悦, 孙明磊, 谢俊好. 基于最大非圆率信号的改进 SWEDE 算法[J]. 信号处理, 2011, 27(5): 697-702.
ZHAO Y, SUN M L, XIE J H. Improved SWEDE for signals with maximum noncircularity rate[J]. Signal Processing, 2011, 27(5): 697-702.
- [16] 刘剑, 于红旗, 黄知涛. 模型误差对非圆信号测向 MUSIC 算法性能的影响[J]. 电子学报, 2008, 36(12): 105-107.
LIU J, YU H Q, HUANG Z T. Performance analysis of the MUSIC algorithm for noncircular signals with modeling errors[J]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36(12): 105-107.
- [17] ABEIDA H, DELMAS J P. MUSIC-like estimation of direction of arrival for noncircular sources[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(7): 2678-2690.
- [18] FERRÉOL A, LARZABAL P. On the resolution probability of MUSIC in presence of modeling errors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(5): 1945-1953.
- [19] 王鼎, 吴瑛. 未预期模型误差影响下秩减估计器的性能分析[J]. 通信学报, 2011, 32(8): 81-90.
WANG D, WU Y. Performance analysis of rank reduction estimator in the presence of unexpected modeling errors[J]. Journal on Communications, 2011, 32(8): 81-90.

作者简介:



尹洁昕 (1989-), 女, 河南郑州人, 解放军信息工程大学硕士生, 主要研究方向为阵列信号处理。

吴瑛 (1960-), 女, 河南郑州人, 硕士, 解放军信息工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向为数字信号处理、阵列信号处理及其 DSP 实现。

王鼎 (1982-), 男, 安徽芜湖人, 博士, 解放军信息工程大学讲师, 主要研究方向为阵列信号处理和无源定位。